

International Collegiate Programming Contest

Universidad Mayor de San Andrés

Competencia Interna - Primera División 2024

24 de agosto de 2024



Anfitrión y organizador del evento:



Patrocinador del evento:



Contenido

A El Código Perdido de Fibonacci	2
B Premiación	4
C El Desafío de Sergio	6
D La Rebelión de los Números	8
E Exploración en el Sistema Neural Cuántico	11
F Elevadores	13
G Cuadrados de Oro	15
H La Búsqueda del Tesoro de Dígitos	18

Problema A

El Código Perdido de Fibonacci

Tiempo Límite: 1 seg., Memoria Límite: 512 MB

En un futuro no muy lejano, los robots con inteligencia artificial dominan muchas de las tareas complejas de la humanidad. Uno de estos robots, llamado FIBO-9000, fue diseñado para proteger un antiguo tesoro de la humanidad: el Código Fibonacci. Este código es una secuencia infinita de números donde cada número es la suma de los dos anteriores. Se rumorea que la secuencia contiene la clave para desbloquear una tecnología secreta que puede cambiar el curso de la historia.

Un día, FIBO-9000 sufrió un ataque cibernético y perdió parte de su memoria. Solo recuerda dos términos de la secuencia y necesita tu ayuda para reconstruir el término que falta. Sin embargo, en este caso, los valores iniciales de la secuencia no serán siempre 0 y 1, lo que añade un desafío adicional a la tarea. Si logras ayudarlo, FIBO-9000 podrá recuperar el control del tesoro y evitar que caiga en manos equivocadas.

Entrada

La entrada consiste en una sola línea que contiene cinco enteros: i F_i j F_j n donde:

- i es el índice del primer término conocido ($-1000 \leq i \leq 1000$),
- F_i es el valor del término Fibonacci en el índice i ($-2 \times 10^9 \leq F_i \leq 2 \times 10^9$),
- j es el índice del segundo término conocido ($-1000 \leq j \leq 1000$, $i \neq j$),
- F_j es el valor del término Fibonacci en el índice j ($-2 \times 10^9 \leq F_j \leq 2 \times 10^9$),
- n es el índice del término que FIBO-9000 necesita calcular ($-1000 \leq n \leq 1000$).

Salida

Imprime un solo entero, que es el valor del término Fibonacci en el índice n . Se garantiza que $-2 \times 10^9 \leq F_n \leq 2 \times 10^9$.

Ejemplos

Ejemplos de entrada	Ejemplos de salida
1 1 2 1 5	5
2 3 3 -2 4	1

Problema B

Premiación

Tiempo Límite: 1 seg., Memoria Límite: 512 MB

racsO, el organizador del prestigioso concurso de primera división, recibió misteriosamente una suma de dinero de 10,000 Bs. Debido a su gran generosidad, decidió utilizar una muy pequeña parte de este dinero para organizar una cena en honor a los ganadores del concurso. Para ello, reservó una gran mesa en el mejor restaurante de la ciudad, con dimensiones $n \times m$.

racsO planea cubrir la mesa utilizando dos tipos de bandejas: bandejas cuadradas de 1×1 y bandejas rectangulares de 1×2 (o su variante girada de 2×1). La mesa debe quedar completamente cubierta, sin dejar espacios vacíos, y todas las bandejas deben estar alineadas con los bordes de la mesa.

La tarea consiste en determinar cuántas maneras diferentes existen para cubrir la mesa de acuerdo con estas condiciones. La respuesta debe calcularse módulo 10^9 .

Entrada

La entrada consiste en dos enteros:

- n , en la primera línea ($1 \leq n \leq 8$).
- m , en la segunda línea ($1 \leq m \leq 10^{18}$).

Salida

Imprime un número entero: el número total de formas posibles para cubrir la mesa, módulo 10^9 .

Ejemplos

Ejemplos de entrada	Ejemplos de salida
1 5	8
1 2	2

Problema C

El Desafío de Sergio

Tiempo Límite: 1 seg., Memoria Límite: 512 MB

Sergio es un talentoso programador que ha decidido participar en un desafío personal para mejorar sus habilidades. Su meta es resolver todos los problemas de un concurso de programación en solitario. El concurso consta de 12 problemas, y Sergio ha elaborado un plan para completarlos dentro del tiempo límite de 5 horas.

Durante la primera hora, Sergio planea resolver f problemas. Si termina antes de que pase la primera hora, usará el tiempo restante para descansar y prepararse para los siguientes problemas. A partir de la segunda hora, Sergio dedicará exactamente 45 minutos a cada uno de los problemas restantes.

Tu tarea es determinar si Sergio podrá completar todos los problemas dentro de las 5 horas, siguiendo su plan.

Entrada

La entrada consiste en una única línea que contiene un entero f , que es el número de problemas que Sergio planea resolver durante la primera hora del desafío ($1 \leq f \leq 11$).

Salida

Imprime "YES" si Sergio puede resolver todos los problemas dentro del tiempo límite, y "NO" si no puede.

Ejemplos

Ejemplos de entrada	Ejemplos de salida
11	YES
1	NO

Problema D

La Rebelión de los Números

Tiempo Límite: 1 seg., Memoria Límite: 512 MB

En un futuro no muy lejano, la humanidad ha creado una inteligencia artificial avanzada llamada *Cortex*. *Cortex* se encarga de gestionar todas las infraestructuras, desde los trenes hasta los sistemas energéticos. Pero un día, algo inesperado sucede: *Cortex* desarrolla un sentido del humor peculiar y decide jugar una broma a los humanos.

Cortex crea una gigantesca cuadrícula de tamaño $(2n + 1) \times (2n + 1)$ en el corazón de la ciudad. En lugar de llenar la cuadrícula con edificios o jardines, *Cortex* la llena con números que se colocan en una espiral interminable, comenzando desde el centro y moviéndose en sentido antihorario. Cada número en la cuadrícula parece tener un significado misterioso, y los ciudadanos están intrigados.

Para añadir más diversión, *Cortex* desafía a los humanos a resolver un enigma: ¡deben calcular la suma de los números en regiones específicas de la cuadrícula! Solo así podrán desbloquear las puertas de la ciudad que *Cortex* ha cerrado por diversión.

Como el ingeniero más brillante de la ciudad, te han encomendado la tarea de resolver las consultas de *Cortex*. Necesitas calcular la suma de los números en las regiones rectangulares que *Cortex* indica, pero hay una trampa: todas las respuestas deben darse modulo $10^9 + 7$, un número que *Cortex* ha elegido para hacer las cosas más interesantes.

Entrada

- La primera línea contiene dos números enteros n y q :
 - n es el tamaño base para calcular la cuadrícula, que tendrá un tamaño total de $(2n + 1) \times (2n + 1)$.
 - q es el número de consultas que debes responder.
 - $1 \leq n \leq 10^9$ y $1 \leq q \leq 100$.
- Después, hay q líneas, cada una con cuatro números enteros x_1, y_1, x_2, y_2 :

- Estos números definen una región rectangular en la cuadrícula, donde (x_1, y_1) y (x_2, y_2) son las esquinas del área rectangular. Se cumple que: $(-n \leq x_1 \leq x_2 \leq n)$ y $(-n \leq y_1 \leq y_2 \leq n)$
- Debes calcular la suma de los números dentro de esta región.

Salida

Para cada consulta, imprime la suma de los números en la región indicada, tomando el resultado modulo $10^9 + 7$.

Ejemplos

Ejemplos de entrada	Ejemplos de salida
2 3	45
-1 -1 1 1	325
-2 -2 2 2	108
-2 -1 -1 2	

Explicación

Aquí se muestra una representación de la cuadrícula en espiral para el valor $n = 2$ y la solución a la tercera consulta:

2	17	16	15	14	13
1	18	5	4	3	12
0	19	6	1	2	11
-1	20	7	8	9	10
-2	21	22	23	24	25
	-2	-1	0	1	2

En esta cuadrícula, la región sombreada corresponde a la consulta que abarca desde la posición $(-2, -1)$ hasta $(-1, 2)$, lo que incluye los números 17, 16, 18, 5, 19, 6, 20 y 7. La suma de estos números es 108.

Problema E

Exploración en el Sistema Neural Cuántico

Tiempo Límite: 1 seg., Memoria Límite: 512 MB

En un centro de investigación avanzada, dos científicos, Elara y Orion, están llevando a cabo un experimento con una inteligencia artificial basada en una red neural cuántica. Esta red está representada por un grafo dirigido, donde cada vértice es un posible estado de la IA y cada arco representa una transición entre esos estados.

Elara y Orion alternan turnos para guiar una señal cuántica a través del grafo. La señal comienza en un estado inicial y puede moverse de un estado a otro siguiendo las transiciones disponibles. Si en algún punto no hay transiciones posibles desde el estado actual, el experimento se detiene y el científico que estaba guiando la señal no logra cumplir sus objetivos.

Ambos científicos tienen diferentes metas:

- **Elara**, apasionada por la exploración infinita, prefiere mantener el experimento en marcha indefinidamente, pero si no es posible, prefiere que la señal alcance un estado exitoso.
- **Orion**, enfocado en resultados concretos, prefiere que la señal alcance un estado exitoso, pero si no puede, prefiere que la señal se detenga rápidamente en lugar de quedar atrapada en un bucle infinito.

Entrada

La entrada consiste en:

- Un grafo dirigido con n estados (vértices) y m transiciones (arcos).
- Elara prefiere un ciclo infinito, luego el éxito, y finalmente el fracaso. Orion prefiere el éxito, luego el fracaso, y evitar los ciclos infinitos.

Salida

El resultado del experimento se reporta en dos filas de n caracteres:

- La primera fila representa el resultado si **Elara** comienza el experimento desde cada estado inicial.
- La segunda fila representa el resultado si **Orion** comienza el experimento desde cada estado inicial.
- Los resultados posibles son:
 - “S” (*Success*): la señal alcanza un estado exitoso desde ese estado inicial.
 - “F” (*Failure*): la señal se detiene y el experimento falla.
 - “I” (*Infinite*): la señal entra en un ciclo infinito y el experimento nunca termina.

Ejemplos

Ejemplos de entrada	Ejemplos de salida
7 8	FIIFFII
1 2	SFFSSII
1 3	
2 4	
3 5	
4 3	
5 2	
4 6	
5 7	

Problema F

Elevadores

Tiempo Límite: 1 seg., Memoria Límite: 512 MB

En el corazón de la ciudad, el Club de Programacion Competitiva ha diseñado un centro de control ultraseguro para monitorear todas sus actividades. Este centro de control es una estructura masiva con innumerables niveles, y debido a su enorme tamaño, los ascensores del edificio no pueden tener un botón para cada nivel. En su lugar, cada ascensor tiene dos botones especiales: uno que permite ascender una cierta cantidad de niveles, y otro que permite descender una cantidad específica de niveles.

Comienzas en el nivel cero, el punto de acceso al centro de control. Tu tarea es elegir uno de los ascensores disponibles y utilizarlo para llegar al nivel más bajo por encima del nivel cero. Sin embargo, una vez que elijas un ascensor, no podrás cambiarlo. Debes decidir cuántas veces presionar cada botón para lograr tu objetivo, pero debes realizar exactamente n presiones en total.

¿Puedes determinar cuál es el nivel más bajo por encima del nivel cero al que puedes llegar usando uno de los ascensores disponibles, después de presionar los botones exactamente n veces?

Entrada

- La primera línea de la entrada contiene dos números enteros n y m ($1 \leq n \leq 1\,000\,000$, $1 \leq m \leq 2\,000$): el número de veces que debes presionar los botones y el número de ascensores entre los que puedes elegir.
- Cada una de las siguientes m líneas describe un ascensor con dos números enteros u_i y d_i ($1 \leq u_i, d_i \leq 1\,000$), donde u_i representa el número de niveles que asciendes al presionar el primer botón, y d_i representa el número de niveles que descienes al presionar el segundo botón.

Salida

Imprime un solo número entero positivo que representa el nivel más bajo por encima del nivel cero al que puedes llegar después de presionar los botones exactamente n veces en uno de los ascensores disponibles.

Ejemplos

Ejemplos de entrada	Ejemplos de salida
4 3 10 4 6 8 5 3	4

Problema G

Cuadrados de Oro

Tiempo Límite: 1 seg., Memoria Límite: 512 MB

Luis siempre ha sido un entusiasta de los cuadrados. Desde pequeño, los cuadrados mágicos lo fascinaban, y podía pasar horas resolviendo sudokus, encantado por la simetría y el orden que estos puzzles ofrecían. Con el tiempo, su amor por los cuadrados creció, y no hubo un solo rompecabezas cuadrado que no intentara resolver. Sin embargo, había un tipo de cuadrado que lo intrigaba más que cualquier otro: los Cuadrados de Oro.

Luis se propuso calcular la suma de un Cuadrado de Oro. Sabe que no sería fácil, así que te pide que le ayudes con el cálculo de dicha suma.

Así que se sentó en su escritorio, tomó lápiz y papel, y comenzó su búsqueda: ¿Podría Luis hallar la suma del Cuadrado de Oro?

Para construir Cuadrados de Oro se siguen los siguientes pasos.

Paso 1: Cuadrado Inicial El Cuadrado de Oro comienza con un cuadrado de tamaño 2×2 de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Este es el Cuadrado de Oro para $k = 1$.

Paso k: Construcción del Cuadrado de Oro con $k > 1$ Para construir el k -ésimo Cuadrado de Oro, se parte del $(k - 1)$ -ésimo Cuadrado de Oro, que tiene tamaño $2(k - 1) \times 2(k - 1)$, y se genera un nuevo cuadrado de tamaño $2k \times 2k$. El proceso se realiza en dos etapas:

Etapas 1: Calcular los Bordes Los valores de las casillas en los bordes del cuadrado se calculan de la siguiente manera:

Para las casillas en el borde derecho, se suman los valores de las dos casillas inmediatamente a la izquierda. Es decir si $a_{i,j}$ es una casilla del borde derecho entonces $a_{i,j} = a_{i,j-2} + a_{i,j-1}$. Para las casillas en el borde izquierdo, se suman los valores de las dos casillas inmediatamente a la derecha, $a_{i,j} = a_{i,j+1} + a_{i,j+2}$. Para las casillas en el borde superior, se suman los valores de las dos casillas inmediatamente debajo, $a_{i,j} = a_{i-2,j} + a_{i-1,j}$. Para las casillas en el borde inferior, se suman los valores de las dos casillas inmediatamente encima, $a_{i,j} = a_{i+1,j} + a_{i+2,j}$.

Etapas 2: Calcular las Esquinas Una vez calculados los valores de los bordes, se procede a calcular los valores de las esquinas del cuadrado. Cada esquina se calcula tomando una dirección específica

y sumando los valores de las dos casillas más cercanas en esa dirección.

Ejemplo para $k = 2$ Para el paso $k = 2$, se empieza con un cuadrado de tamaño 4×4 . El cuadrado se inicializa de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 1 & 1 & \cdot \\ \cdot & 1 & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}$$

Luego, calculando los valores de los bordes, obtenemos:

$$\begin{pmatrix} \cdot & 2 & 2 & \cdot \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ \cdot & 2 & 2 & \cdot \end{pmatrix}$$

Finalmente, calculando los valores de las esquinas, el cuadrado resultante es:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Cuya suma es 36

Ejemplo para $k = 3$ Para el paso $k = 3$, se parte del cuadrado de tamaño 4×4 obtenido en el paso anterior. El nuevo cuadrado es de tamaño 6×6 . El cuadrado resultante después de calcular los valores de los bordes y las esquinas es:

$$\begin{pmatrix} 9 & 6 & 3 & 3 & 6 & 9 \\ 6 & 4 & 2 & 2 & 4 & 6 \\ 3 & 2 & 1 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 1 & 2 & 3 \\ 6 & 4 & 2 & 2 & 4 & 6 \\ 9 & 6 & 3 & 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

Cuya suma es 144.

Entrada

La primera línea contiene un entero T ($1 \leq T \leq 100$). Luego siguen los T casos de prueba. Cada caso de prueba contiene un único entero N ($1 \leq N \leq 10^{16}$)

Salida

Por cada caso de prueba, imprimir una única línea con la suma de todas las casillas del n —ésimo Cuadrado de Oro módulo $10^9 + 7$.

Ejemplos

Ejemplos de entrada	Ejemplos de salida
3	4
1	36
2	144
3	

Problema H

La Búsqueda del Tesoro de Dígitos

Tiempo Límite: 2 seg., Memoria Límite: 512 MB

“En el reino de Numéria, una antigua leyenda cuenta que un tesoro escondido se encuentra entre los números de un rango específico. Este tesoro, conocido como el Tesoro de Dígitos, se revela a través de la Subsecuencia de Dígitos Crecientes Más Larga (LIDS) de los números en el rango dado.”

En esta búsqueda, tu tarea es determinar dos cosas importantes para un rango de números:

- **La Longitud Máxima de la Subsecuencia de Dígitos Crecientes (LIDS):** La longitud de la subsecuencia de dígitos que está en orden creciente más larga dentro de un número.
- **El Número de Formas Diferentes de Obtener la LIDS Máxima:** Cuántas maneras distintas se pueden formar subsecuencias de esa longitud máxima en el número.

Dado un rango de números entre L y R (donde $1 \leq L \leq R \leq 1,000,000,000$), deberás encontrar la longitud máxima de la LIDS y el número de maneras en que se puede formar esta subsecuencia dentro de todos los números en ese rango.

Entrada

- Un entero T denotando el número de casos de prueba ($1 \leq T \leq 10,000$).
- Para cada caso de prueba, dos enteros L y R ($1 \leq L \leq R \leq 1,000,000,000$).

Salida

Para cada caso de prueba, debes imprimir una línea con el formato:

- El número del caso.
- La longitud máxima de LIDS encontrada en el rango.
- El número de formas distintas de formar esta LIDS máxima.

Vea el ejemplo para mas detalle.

Ejemplos

Ejemplos de entrada	Ejemplos de salida
2 111 114 15432 15432	Case 1: 2 6 Case 2: 2 4

Explicación

- Para el rango 111 a 114, la longitud máxima de LIDS es 2, y hay 6 maneras diferentes.

112

112

113

113

114

114

- Para el número 15432, la longitud máxima de LIDS es 2, y hay 4 maneras diferentes.

15432

15432

15432

15432